Universidad de Granada Departamento de Matemática Aplicada	**Modelos Matemáticos II** Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas	**Prueba de clase** 31 de mayo de 2021

Apellidos:

Firma:

Nombre:

D.N.I. o pasaporte:

Ejercicio 1 (0,4 puntos)**.** Razona si las siguientes afirmaciones son ciertas o no:

1. La función $f\colon (0,1) \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = |x - 1/2|$ está en $H^1(0,1)$.
2. El funcional $\mathcal{F}(u) = \int_0^1 (u'(x))^2 \,\mathrm{d}x - \int_0^1 u(x)\,\mathrm{d}x$ definido en $H_0^1(0,1)$ alcanza un único mínimo.
3. Sea $B \subseteq \mathbb{R}^2$ la bola abierta centrada en 0 y de radio 1. Existe una única función $u = u(x,y)$, $u \in \mathcal{C}^2(B)$ que cumple $\partial_x^2 u(x,y) + \partial_y^2 u(x,y) = 0$ en B.
4. Si $f\colon [-\pi,\pi]$ es una función continua e impar entonces su serie de Fourier converge uniformemente a f en $[-\pi,\pi]$.

Ejercicio 2 (0,5 puntos)**.** Consideramos la ecuación de ondas $\partial_t^2 u = \partial_x^2 u$ con incógnita $u = u(t,x)$, planteada en $t \in \mathbb{R}$, $x \in [0,L]$. Supongamos que tenemos una condición oscilatoria en el extremo derecho, y fija en el izquierdo:

$$u(t,0) = 0, \quad u(t,L) = \operatorname{sen}(\lambda t), \qquad t \in \mathbb{R}.$$

Encuentra todos los valores de $\lambda \in \mathbb{R}$ para los que esta ecuación tiene soluciones en variables separadas.

Ejercicio 3 (0,6 puntos)**.** En el dominio $D := \{u \in \mathcal{C}^2[-1,1] \mid u(-1) = u(1) = 0\}$ consideramos el funcional $\mathcal{F}\colon D \to \mathbb{R}$ definido por

$$\mathcal{F}(u) := \int_{-1}^{1} (u'(x))^2 \,\mathrm{d}x - u(0).$$

1. Demuestra que $\mathcal{F}$ se puede extender de forma única a un funcional $\widetilde{\mathcal{F}}$ continuo definido en el espacio $H_0^1(-1,1)$.
2. Demuestra que $\widetilde{\mathcal{F}}$ tiene un único mínimo en $H_0^1(-1,1)$.
3. Demuestra que $\mathcal{F}$ no tiene mínimo en D.