

# Introducción

## Práctica de AlgebraLineal, E.U.A.T., Grupos 1ºA y 1ºC, Curso 2005-2006

En esta primera práctica el objetivo es aprender a realizar operaciones matemáticas básicas con el ordenador y familiarizarse un poco con el programa que usaremos, *Mathematica*. No se supondrá ningún conocimiento previo sobre ordenadores, así que a los que los usen normalmente algunas explicaciones pueden parecerles evidentes. Si queréis, podéis seguir la práctica a otro ritmo o experimentar con el ordenador.

En las próximas prácticas aprenderemos a usar el ordenador para hacer algunos de los cálculos que se estudian en teoría y poder ver directamente algunos resultados que se tardaría mucho en deducir a mano. Es útil poder dibujar funciones con el ordenador, comprobar que el resultado que da es el mismo que hemos conseguido nosotros mismos, ver qué pasa en casos más complicados que los que podemos estudiar a mano..

El programa que vamos a usar se llama *Mathematica*. Aunque no es la herramienta más rápida para el cálculo numérico, tiene la cualidad de que es bastante fácil de usar para hacer cálculos sencillos y representaciones gráficas de funciones.

Algunas normas generales a seguir:

\* No apagues ni reinicies el ordenador. Si hay algún problema, por favor pregunta antes.

\* Al terminar la práctica, cierra el programa pero no apagues el ordenador (como siempre, a no ser que se diga expresamente).

### ■ Apertura del programa e introducción de órdenes

Cuando entréis en clase normalmente los ordenadores estarán ya funcionando. Para abrir el *Mathematica*, pulsad en el botón de inicio y elegid el programa, dentro de la carpeta *Mathematica*.

Pueden introducirse comandos (órdenes o cálculos que queremos que el programa haga) directamente en la ventana que aparece cuando abrimos el programa. Una vez escrito un comando, se ejecuta pulsando Intro en el teclado numérico (o bien shift+entrar, es lo mismo). Por ejemplo:

```
45 + 39
```

```
84
```

Como véis el programa divide el texto en celdas (cada una de las líneas, o grupos de líneas, delimitadas por los corchetes azules del margen). Las celdas que empiezan con un "In" azul a la izquierda son *de entrada*: son las celdas donde nosotros hemos escrito órdenes. Otras comienzan con "Out": son las celdas *de salida*, donde aparecen las respuestas del ordenador.

Para escribir en una celda o en otra no hay más que seleccionarla con el ratón. No se puede escribir en las celdas de salida.

## ■ Operaciones algebraicas elementales

A continuación vamos a describir de forma práctica el modo en que es posible realizar las operaciones algebraicas básicas con la ayuda de Mathematica. Para teclear convenientemente los caracteres que aparecen seguidamente debemos recordar que

- 1) Si una tecla corresponde a una única letra, ésta aparece minúscula si se tecldea sin más y mayúscula cuando se hace conjuntamente con la tecla Shift.
- 2) Si una tecla tiene dibujados dos o más caracteres, el que aparece en la parte inferior izquierda se genera pulsando sin más la tecla; el de la parte superior con la tecla Shift además, y el de la parte inferior derecha tecleando simultáneamente la tecla en cuestión y Alt Gr.

Los operadores aritméticos son los usuales:

- + para la suma
- para la diferencia
- \* **o espacio** para el producto
- / para la división
- ^ para la exponenciación

El ordenador realiza las operaciones que se le indiquen en el orden usual (primero se efectúa la exponenciación, después la división, la multiplicación y, por último, las sumas y restas) a no ser que se especifique otra cosa por medio de paréntesis.

La coma decimal se escribe con un punto.

## ■ Ejercicio

Introduce cada una de las operaciones siguientes en una celda de entrada y ejecútalas para obtener el resultado del cálculo. Intenta predecir el resultado antes de verlo.

$$2 + 3$$

$$3 4 - 1 \text{ (*hay un espacio entre 3 y 4*)}$$

$$3 * (4 - 1)$$

$$3 / 2 - 1 / 3$$

$$8 / 2 / 2$$

$$3 ^ 2$$

$$2 ^ 3 ^ 2$$

$$(2 ^ 3) ^ 2$$

## ■ Comentarios

Cualquier cosa que aparezca en una celda de entrada entre (\* y \*) es ignorada por el ordenador. Esto se usa para incluir comentarios en las órdenes que se introducen y lo encontrarás a veces en estas prácticas cuando haya explicaciones. Por ejemplo, en el ejercicio anterior hay un comentario para aclarar que "hay un espacio entre 3 y 4". Para el ordenador, la orden es la misma con el comentario o sin él.

## ■ El símbolo %

El símbolo % se usa para referirse a una de las salidas anteriores sin tener que copiarla. Sin más, el ordenador entiende % como "lo que había en la respuesta anterior". Por ejemplo, mira el resultado siguiente:

```
387 / 3
```

```
129
```

```
% + 1
```

```
130
```

El símbolo %% significa "lo que había hace dos respuestas". En general, %1, %2, %3... se refieren a la respuesta número 1, 2, 3... (fíjate en que cada respuesta tiene su número, que aparece justo después del "Out").

```
(*Esto es restarle uno a lo que habia en la respuesta numero 3*)  
%3 - 1
```

```
128
```

## ■ Ejercicio

Seguramente has oído la historia del inventor del ajedrez y su petición como pago del maíz que hiciera falta para poner un grano en la primera casilla del tablero, 2 en la segunda, 4 en la tercera, 8 en la cuarta, y el siempre doble en la siguiente hasta llegar al final. Con una calculadora usual no puedes saber cuántos granos de maíz hacen falta (es un número demasiado grande). ¿Puedes calcularlo con el ordenador?

## ■ Algunos números importantes

En *Mathematica* el número  $\pi$  (3.14159...) puede escribirse como Pi. El número  $e$  (2.71828...) puede escribirse como E. La  $i$  de los números imaginarios puede escribirse como I.

## ■ Expresiones algebraicas

Podemos hacer también cálculos que no sean numéricos, sino que incluyan por ejemplo polinomios. Después veremos más sobre esto.

$$3x + 67x + 5a - 4x + 2a$$

$$7a + 66x$$

## ■ Sintaxis general de las órdenes

Las órdenes de *Mathematica* tienen la forma

```
Orden[argumento1, argumento2, ...]
```

Los nombres de las órdenes empiezan siempre con mayúscula. Los parámetros que especificamos en cada orden se llaman argumentos. Van entre corchetes y van separados por comas si hay más de uno.

## ■ Ejemplo: la orden Print

**Print** se usa para mostrar mensajes o resultados de cálculos en pantalla.

Ejecuta las siguientes órdenes:

```
Print["hola"]
```

```
Print[2 + 3 + 7]
```

```
Print["2+3+7"]
```

```
Print[1, 2, 3]
```

```
Print[1, " ", 2, " ", 3]
```

## ■ Expresiones algebraicas

Algunas órdenes útiles para realizar cálculos con polinomios son **Expand**, **Factor**, **Collect** y **Apart**. Estas órdenes se explicarán mejor en prácticas futuras, pero puedes hacerte una idea de su funcionamiento probando con algunas órdenes:

```
Expand[(x + y) ^ 2]
```

```
Expand[(x + y) ^ 12]
```

```
Factor[%]
```

```
(a x + b) (c x + d) - a d
```

```
Expand[(a x + b) (c x + d) - a d]
```

```
Collect[2 x + 7 x y - 3 x ^ 3 - 8 x ^ 2 + y ^ 2 x, x]
```

```
Collect[2 x + 7 x y - 3 x ^ 3 - 8 x ^ 2 + y ^ 2 x, y]
```

```
Apart[(x ^ 3 + 2 x - 7) / (x ^ 2 - 6 x + 9)]
```

## ■ Algunas funciones matemáticas

La mayoría de las funciones usuales están ya incluidas en el programa. Algunas de ellas son:

Raíz cuadrada: **Sqrt[]**

Seno, coseno, tangente: **Sin[]**, **Cos[]**, **Tan[]**

Exponencial, logaritmo en base e: **Exp[]**, **Log[]**

Valor absoluto: **Abs[]**

Redondeo al entero anterior: **Floor[]**

## ■ Cálculo simbólico y aproximado

El programa puede realizar dos tipos de cálculos: *simbólico* y *aproximado*. Es importante entender bien la diferencia entre los dos.

Los cálculos simbólicos son aquellos en los que los resultados son exactos y que no contienen aproximaciones numéricas. El programa realiza cálculos simbólicos siempre que los datos que usa sean exactos y no se le pida otra cosa.

Los cálculos aproximados son los que incluyen aproximaciones numéricas. El programa los hace cuando los datos que tiene ya son aproximaciones numéricas, o cuando se dice expresamente.

*Mathematica* da aproximaciones numéricas de cualquier resultado usando la orden **N**. El formato de esta orden es

```
N[expresion, precision]
```

donde **precision** es el número de decimales correctos que queremos.

## ■ Ejercicio

¿Cuáles de las siguientes órdenes dan resultados simbólicos y cuáles aproximados?

```
N[Pi]
```

```
N[Pi, 20]
```

```
2 ^ 64
```

```
N[2 ^ 64]
```

```
Pi / 2
```

```
N[Pi / 2]
```

```
2 / 3 + 5 / 8
```

```
N[%]
```

```
N[E]
```

```
E + 0.56
```

```
2 + 3
2. + 3
I ^ 2
-1
Sqrt[256]
Sqrt[255]
N[Sqrt[255]]
```

## ■ Errores

Cuando el programa no entiende lo que queremos hacer muestra errores en lugar, o además, de la respuesta. La mayoría de las veces podemos ver cuál es el problema leyendo detenidamente el error.

```
45 / 0 (* No se puede dividir por cero *)
Power::infy : Infinite expression  $\frac{1}{0}$  encountered.
ComplexInfinity
Sqrt[2 (* Falta el corchete de cierre *)
Syntax::bktmcp : Expression "Sqrt[2" has no closing "]"
Sqrt[2
```

## ■ Opciones de archivo

Las opciones de archivo se muestran pulsando con el ratón dentro del menú de archivo (File). Algunas de ellas son:

1. abrir (Open), que permite cargar un archivo
2. cerrar (Close), para cerrar el archivo abierto
3. nuevo (New), crea un nuevo documento
4. guardar (Save), graba en disco el fichero actual, conservando el nombre y la localización
5. guardar como (Save as), similar al anterior, pero permite cambiar la localización
6. salir (Exit).

## ■ Opciones de edición

Las opciones de edición se encuentran desplegando el menú de edición (Edit). Para marcar una expresión se coloca el ratón al comienzo de la misma y se mantiene pulsado mientras que se arrastra hasta situarlo al final de la zona marcada. Las opciones de menú más usuales son:

1. cortar (Cut), elimina una expresión marcada, que posteriormente se puede colocar en otro lugar del documento mediante el comando pegar (Paste)
2. copiar (Copy), análoga a la anterior, pero conserva la expresión marcada
3. deshacer (Undo), elimina el efecto de la última operación.

## ■ Ayuda

El programa viene con una ayuda muy completa, y muy extensa, y en inglés. Es muy útil aprender a usarla porque siempre habrá algún comando que no recordemos bien. Para acceder a ella puedes pulsar en *Help*, en la barra de menú, y luego en *Help Browser...*

## ■ Ejercicios

1–Realiza las siguientes operaciones

- a)  $\frac{2-3*10}{3+2^3}$   
b)  $3 - \frac{4}{9} - 3^{2.45}$   
c)  $\frac{\frac{1}{3} - \frac{3}{7}}{4 + \frac{8}{5} - 11}$

2–Calcula el valor de  $\pi$  con 500 cifras decimales.

3–Agrupa en  $x$  e  $y$  el polinomio de dos variables  $3xy + x^2 + 2x - 3y + y^2$ .

4–Descompón en suma de fracciones simples la función racional siguiente:

$$\frac{x+1}{x^2-2x+1}$$

5–¿Qué crees que ocurre en las siguientes órdenes? ¿Por qué es ésa la salida?

**Antonio**

Antonio

**A n t o n i o**

A i n<sup>2</sup> o<sup>2</sup> t

6–Calcula el coseno del ángulo de treinta grados con quince decimales.